TIPOLOGIA DI ESERCIZIO : Determinare se esiste il valore di regime.

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

1

ESERCIZIO N°1

$$y(t) = e^{-2t}\,\text{sen}(9t) + e^{-6t}\cos(4t) \leftarrow \underline{\text{RISPOSTA AL IMPULSO}}$$

Adesso dobbiamo <u>determinare</u> se esiste il valore di regime della risposta alla rampa del sistema.

$$\cdot\, y(t) \overset{\mathcal{L}}{\rightsquigarrow} Y(s) = \frac{9}{(s+2)^2+(9)^2} + \frac{s+6}{(s+6)^2+(4)^2}$$

$Y(s) = G(s)$ in quanto $U(s) = 1$ nell'impulso.

▷ La risposta alla rampa nel dominio delle frequenze

$$Y(s) = G(s)\cdot\frac{1}{s^2} \quad \text{quindi:} \quad Y(s) = \left(\frac{9}{(s+2)^2+9^2} + \frac{s+6}{(s+6)+16}\right)\frac{1}{s^2}$$

$$Y(s) = \frac{A}{s} + \frac{B}{s^2} + \frac{C(s+2)}{(s+2)^2+81} + \frac{D\,9}{(s+2)^2+81} +$$

$$+ \frac{E(s+6)}{(s+6)^2+16} + \frac{F\,4}{(s+6)^2+16}$$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

$$\triangleright Y(s) \overset{\mathcal{L}^{-1}}{\rightsquigarrow} y(t) = A\cdot 1(t) + Bt + Ce^{-2t}\cos(9t) +$$

$$+ De^{-2t}\,\text{sen}(9t) + Ee^{-6t}\cos(4t) + Fe^{-6t}\,\text{sen}(4t)$$

Da questo sistema usciranno funzioni esponenziali decrescenti (dovute al termine tra parentesi), ma uscirà anche una funzione del tipo $B\cdot t$, con B coefficiente numerico

(dovuto al termine $\frac{1}{s^2}$). Non è quindi soddisfatta l'ipotesi del teorema del limite finale, cioè

$\nexists \lim_{t \to \infty} y(t)$ non esiste finito.

* Di conseguenza non esiste nemmeno il valore di regime.

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

ESERCIZIO N°2

$y(t) = e^{-3t}\,\text{sen}(4t)$ ← RISPOSTA ALL'IMPULSO

DETERMINARE: se esiste l'andamento di regime della risposta al gradino.

$$\mathcal{L}\{y(t)\} = Y(s) = \frac{4}{(s+3)^2+16} = G(s)\cdot 1 = G(s)$$

$$Y(s) = G(s)\cdot\frac{1}{s} = \frac{4}{s(s^2+6s+25)} \quad \frac{4}{s((s+3)^2+16)}$$

Uso il metodo dei fratti semplici:

$$Y(s) = \frac{A}{s} + \frac{B(s+3)}{(s+3)^2+16} + \frac{C4}{(s+3)^2+16} = \frac{4}{s((s+3)^2+16)}$$

$$\frac{A(s^2+6s+25) + Bs(s+3) + sC4}{s((s+3)^2+16)} = \frac{4}{s((s+3)^2+16)}$$

$$\frac{s^2A + 6sA + 25A + Bs^2 + 3Bs + Cs4}{s((s+3)^2+16)} = \frac{4}{s((s+3)^2+16)}$$

$$\begin{cases} A+B=0 \\ 6A+3B+4C=0 \\ 25A=4 \end{cases} \qquad \begin{cases} A=\frac{4}{25} \\ B=-\frac{4}{25} \\ C=\left(\frac{3\cdot 4}{25}-\frac{6\cdot 4}{25}\right)\cdot\frac{1}{4}=\frac{-3}{25} \end{cases}$$

Antitrasformo:

$$y(t)=\frac{4}{25}\cdot 1(t)-\frac{4}{25}e^{-3t}\cdot\cos(4t)\ \frac{-3}{25}e^{-3t}\cdot\text{sen}(4t)$$

$\lim_{t\to\infty} y(t)$ esiste perché vale A e quindi $\frac{4}{25}$, e

perché per $t\to\infty$ le funzioni esponenziali decrescenti tendono a zero.

Peraltro a conferma: $\lim_{S\to 0} S\cdot Y(S)=\lim_{S\to 0}\frac{4}{(S+3)^2+16}=\frac{4}{25}$

è il nostro valore di regime costante. Abbiamo applicato quindi il <u>teorema del valore finale</u>, verificando prima l'ipotesi.

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

ESERCIZIO n°3

$$G(S)=\frac{-6S+2}{S^2+4S+121}$$

<u>DETERMINARE</u>: se esiste l'andamento di regime della risposta al gradino.

$S^2+4S+121=0$ Per la regola di Cartesio due permanenze di segno implicano radici strettamente negative,

quindi il sistema è BIBO stabile, ed avendo $U(S) = \frac{1}{S}$, perciò un gradino assisterà sicuramente ad un valore di RE = give costante. Vediamolo:

$$Y(S) = G(S) \cdot \frac{1}{S} = \frac{-6S+2}{S^2+4S+121} \cdot \frac{1}{S} = \frac{-6S+2}{S(S^2+4S+121)}$$

$$S^2+4S+121 = 0 \iff S_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16-484}}{2} =$$

$$= \begin{cases} -2+j3\sqrt{13} \\ -2-j3\sqrt{13} \end{cases}$$

$$Y(S) = \frac{A}{S} + \frac{B(S+2)}{(S+2)^2+(3\sqrt{13})^2} + \frac{C(3\sqrt{13})}{(S+2)^2+(3\sqrt{13})^2} = \frac{-6S+2}{S(S^2+4S+121)}$$

↓ USO IL METODO DEI FRATTI SEMPLICI

Antitrasformo: $y(t) = A \cdot 1(t) + B \cdot e^{-2t}\cos(3\sqrt{13}t) + Ce^{-2t}\text{sen}(3\sqrt{13}t)$

quindi ∃

$\lim_{t\to\infty} y(t)$ tende ad $A \vee$, perciò verificata l'ipotesi del teorema del valore finale posso calcolare il valore di RE = give:

$$\lim_{S\to 0} SY(S) = \lim_{S\to 0} \frac{-6S+2}{S^2+4S+121} = \frac{2}{121}$$

master COPY COPISTERIA 050/831126 388/9837745

2

ESERCIZIO N°4

$\dddot{y} + y = u$ ← equazione differenziale che descrive la dinamica del sistema

- DETERMINARE: se esiste l'andamento di regime della RISPOSTA al gradino.

$$S^3 Y(S) + Y(S) = U(S)$$

$$Y(S) = \frac{1}{S^3+1} U(S) \quad \text{perciò} \quad G(S) = \frac{1}{S^3+1}$$

$$S^3+1 = 0 \iff (S+1)(S^2-S+1) = 0$$

- perciò $S_1 = -1$

$S_{2,3} = +\frac{1}{2} \pm j\frac{\sqrt{3}}{2}$ il sistema non è BIBO stabile

$$Y(S) = \frac{1}{S(S+1)(S^2-S+1)} = \frac{A}{S} + \frac{B}{S+1} + \frac{C(S-\frac{1}{2})}{(S-1/2)^2+(\sqrt{3}/2)^2} +$$

$$\frac{D(\sqrt{3}/2)}{(S-\frac{1}{2})^2+(\sqrt{3}/2)^2}$$

Antitrasformo: $y(t) = A\cdot 1(t) + B\cdot e^{-t} + Ce^{\frac{1}{2}t}\cos(\sqrt{3}/2\,t) + De^{\frac{1}{2}t}\operatorname{sen}(\frac{\sqrt{3}}{2}t)$

Vediamo se possiamo applicare il teorema del valore finale.

master copy COPISTERIA 050 312126 388 9837745